Definición 5.5.14 Excentricidad. La excentricidad $e(v)$ de un vértice v de un grafo ponderado $G = (V, A)$ es la distancia de v al vértice más alejado de él. Se puede escribir como:

$$e(v) = \max\{d(v, u) \mid u \in V\}$$

Definición 5.5.15 Radio y diámetro. Si $G = (V, A)$ es conexo, se definen el radio como la menor de las excentricidades para todos los vértices del grafo:

$$r(G) = \min\{e(v) \mid v \in V\}$$

Definición 5.5.16 Centro de un grafo. El centro un grafo G, designado por $C(G)$, es el subgrafo inducido por los vértices cuya excentricidad sea la mínima del grafo, esto es, cuya excentricidad sea $r(G)$.

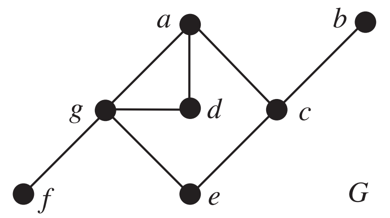
Definición 5.5.17 Distancia total de un vértice. Dado un grafo G, la distancia total de un vértice v como la suma de las distancias al resto de los vértices, $d(v) = \sum_{u \in V} d(u, v)$.

Definición 5.5.18 Mediana de un grafo. La mediana de un grafo G es el subgrafo inducido por los vértices de distancia total mínima.

Problema 5.5.19 La siguiente tabla contiene algunas distancias entre los pares de vértices de un grafo G. Usar las propiedades de la distancia para completar la tabla y obtener los centros, el radio y las medianas del grafo.

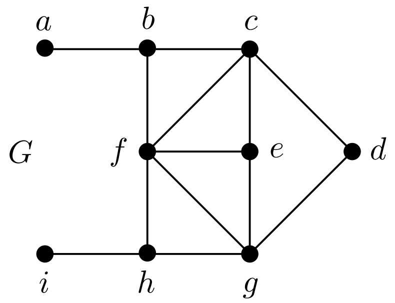
	a	b	c	d	e	f	$r(\cdot)$	$s(\cdot)$
a		3	6	4	1	3		
b			2	5	2	4		
c			0	5	4	2		
d					3	3		
e						5		
f						0		

Problema 5.5.20 Hallad el radio de cada vértice y el radio y los centros del grafo simple G (todo grafo simple se puede ver como un grafo ponderado en que las aristas tienen todas peso 1).



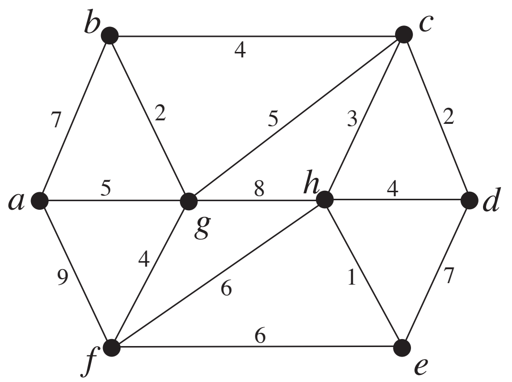
r(a)	r(b)	r(c)	r(d)	r(e)	r(f)	r(g)	r(G)	Centros

Problema 5.5.21 Determinar la suma de cada vértice y las medianas del grafo G adjunto.



$s(a)$	$s(b)$	$s(c)$	$s(d)$	$s(e)$	$s(f)$	$s(g)$	$s(h)$	$s(i)$

Problema 5.5.22 El grafo adjunto representa la red de carreteras de una comarca. Los vértices indican los pueblos y ciudades, las aristas, las carreteras y el peso de las mismas, el tiempo que se tarda en recorrerlas.



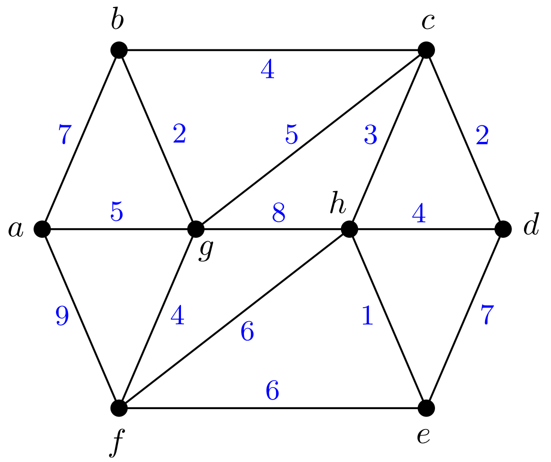
$d(\cdot,\cdot)$	a	b	c	d	e	f	g	h
a	0	7	10		14	9	5	13
b		0	4		8	6	2	7
c		4	0		4	9	5	3
d								
e		8	4		0	6	9	1
f		6	9		6	0	4	6
g		2	5		9	4	0	8
h		7	3		1	6	8	0

Se quiere poner una central de bomberos y un almacén de distribución de prensa. Para la central de bomberos, debe elegirse una población de modo que se minimice el tiempo necesario para atender cualquier urgencia. El almacén de prensa debe ubicarse en una población de modo que se minimice el tiempo de reparto de prensa a todas las poblaciones, teniendo en cuenta que el vehículo de reparto sólo puede llevar en un viaje la prensa destinada a una de las poblaciones. Completar la tabla de distancias y resolver el problema en los siguientes casos:

(a) Si dan servicio a todas las poblaciones.

(b) Si sólo van a dar servicio a las poblaciones b, c, f y h.

Problema 5.5.23 El grafo adjunto representa la red de carreteras de una comarca. Los vértices indican los pueblos y ciudades, las aristas, las carreteras y el peso de las mismas, el tiempo que se tarda en recorrerlas.



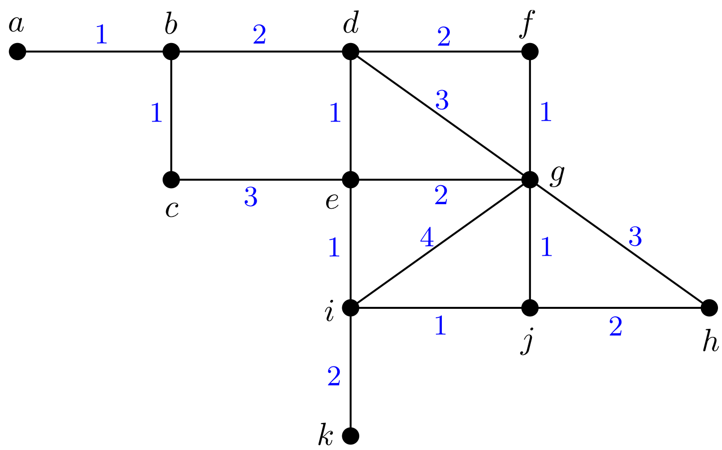
$d(\cdot,\cdot)$	a	b	c	d	e	f	g	h
a	0	7	10		14	9	5	13
b		0	4		8	6	2	7
c		4	0		4	9	5	3
d								
e		8	4		0	6	9	1
f		6	9		6	0	4	6
g		2	5		9	4	0	8
h		7	3		1	6	8	0

Se quiere poner una central de bomberos y un almacén de distribución de prensa. Para la central de bomberos, debe elegirse una población de modo que se minimice el tiempo necesario para atender cualquier urgencia. El almacén de prensa debe ubicarse en una población de modo que se minimice el tiempo de reparto de prensa a todas las poblaciones, teniendo en cuenta que el vehículo de reparto sólo puede llevar en un viaje la prensa destinada a una de las poblaciones. Completar la tabla de distancias y resolver el problema en los siguientes casos:

(a) Si dan servicio a todas las poblaciones.

(b) Si sólo van a dar servicio a las poblaciones b, c, f y h.

Problema 5.5.24 Encontrar el vértice v del grafo de la figura que minimice su máxima distancia a los vértices c, f, k y h. Usar la tabla adjunta como ayuda para los cálculos.



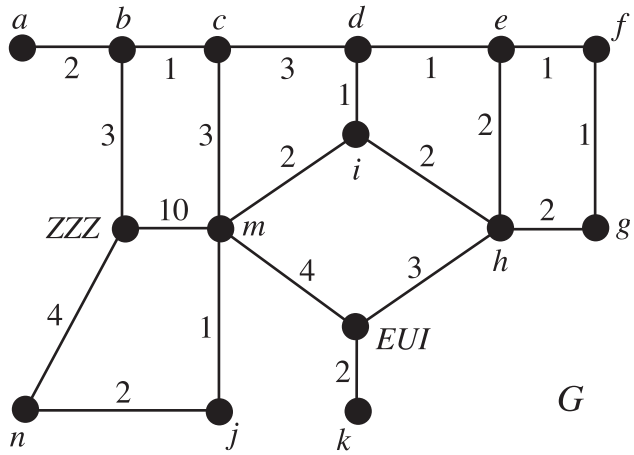
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
d$(c,\cdot)$											
d$(f,\cdot)$											
d$(k,\cdot)$											
d$(h,\cdot)$											
máxima											

Problema 5.5.25 Un estudiante de la EUI trabaja en la empresa ZZZ. Está buscando un piso de alquiler en un sitio de manera que invierta el menor tiempo posible en acudir a sus dos

ocupaciones. El siguiente grafo G (página 6 del archivo Dijkstra.ahm) representa la porción del plano de la ciudad donde se encuentran la EUI y la empresa ZZZ y la zona donde el estudiante quiere alquilar el piso. Los pesos de las aristas miden el tiempo medio que se tarda en ir de una esquina a otra. Se supone que el estudiante viaja en coche y se quiere determinar: dónde deberá alquilar el piso, cuál es el trayecto óptimo que debe seguir desde que sale de casa hasta que vuelve y cuánto tiempo invierte en desplazamientos si:

(a) Va diariamente a la EUI y al trabajo.

(b) Va tres días a la EUI y dos días al trabajo.



Problema 5.5.26 Tres amigos viven en los vértices A, B y C del grafo G, que representa un sistema de calles de un barrio de una ciudad.Un domingo por la tarde quieren quedar a tomar café, pero todos están muy cansados de la noche anterior y ninguno tiene ganas de andar. ¿En qué punto tienen que quedar para que cada uno camine lo menos posible?, ¿tienen más de una alternativa?