

# Examen de entrenamiento - LyMD 2016

## Inducción y recursividad

### Pregunta 1 (20 %)

Construir el mapa conceptual para el tema de inducción y recursividad. Recuerdo que las convenciones para construirlo son: (1) de arriba abajo aparecen los conceptos en orden decreciente de abstracción; (2) de izquierda a derecha en orden de presentación. No vale poner solo los conceptos, hay que poner las flechas que los relaciones.

### Pregunta 2 (15 %)

Sea la siguiente propiedad de los números naturales:

*Todo número natural  $n$  se puede escribir de la forma  $n = 2a + 3b$ , donde  $a, b$  son números enteros.*

Probad por inducción que esta propiedad es cierta.

### Pregunta 3 (20 %)

Redactar unos apuntes de clase que cubran los siguientes conceptos de combinatoria: principio de la suma, principio del producto, principio de inclusión-exclusión, técnicas de recuento de selecciones de conjuntos, recuento de selecciones con repetición. Tiene que haber una relación lógica entre los conceptos presentados. Prestar especial atención a la escritura.

### Pregunta 4 (25 %)

- a) Se considera la función  $f$  que toma un número natural  $n$  y devuelve la lista ordenada de mayor a menor de la suma de los  $n$  primeros números.
- a) Dar una definición recursiva de  $f$ .
  - b) Evaluar con la definición dada  $f(2)$ ,  $f(3)$  y  $f(5)$ .
  - c) Construir el árbol de dependencia para  $f(5)$ .
- b) Juan tiene 100 libros distintos, pero como en su estante sólo caben 30, debe decidir cuáles coloca. Calcular de cuántas maneras puede llenar el estante si:
- a) No hay restricciones.
  - b) Los coloca por orden alfabético.
  - c) Entre los 30, siempre elige los 5 de Matemática Discreta y los pone juntos.

### Pregunta 5 (20 %)

1. Sea  $n$  un número natural mayor o igual que 4. Se considera la potencia  $2^n$ . ¿De cuántas maneras se puede poner  $2^n$  como un producto de cuatro números?
2. Entre los 18 alumnos de una clase, 7 cursa una asignatura de matemáticas, 10 una de físicas y otros 10 una de informática. Se sabe que 3 cursan una de matemáticas y una de física en este momento, 4 cursan una de matemáticas y otra de informática, y 5 cursan una de físicas y otra de informática. También sabemos que hay solo un alumno que cursa las tres asignaturas a la vez. ¿Cuántos alumnos no cursan ninguna de las tres asignaturas?