Examen de entrenamiento - LyMD 2016

Lógica

Pregunta 1 (30 %)

Redactad el tema de lógica de predicados. La redacción debería ser como la de unos apuntes concisos y claros de la asignatura, pensados para un alumno de esta clase. Debería incluir motivación, ejemplos, resultados y discusiones de estos. La escritura, tanto en claridad como en corrección, se valorará especialmente.

Pregunta 2 (20 %)

Probar usando tableaux que las dos siguientes fórmulas son tautologías:

(1) $F_1 = \forall x(P(x) \to Q(x)) \to (\forall x P(x) \to \forall x Q(x))$;

(2) $F_2 = \exists y \forall x(P(x,y) \leftrightarrow P(x,x)) \to \neg\forall x \exists y \forall z(P(z,y) \leftrightarrow \neg P(z,x))$.

Pregunta 3 (15 %)

Demostrar, mediante reglas de inferencia, que la siguiente estructura deductiva es correcta:

$$a \vee b \to e, c \wedge \neg b \to a, c \vee \neg f, c \wedge f \to \neg e, d \vee b \to f \Longrightarrow \neg d$$

Pregunta 4 (20 %)

Sean a, b, c números enteros positivos. Se dice que a divide a b si existe un entero k tal que $b = a \cdot k$. Consideremos el siguiente teorema y su prueba.

> **Teorema**: *Si a divide a b y a su vez b divide a c, entonces se sigue que a divide a c.*
>
> **Demostración**: Por la definición, si a divide a b, entonces existe k_1 tal que $b = a \cdot k_1$. Aplicando la definición a b y c, como b divide a c, existe otro k_2 tal que $c = b \cdot k_2$. Sustituyendo b por $a \cdot k_2$, tenemos que $c = a \cdot k_1 \cdot k_2$. Como $k_1 \cdot k_2$ es un entero, se puede concluir que a divide a c.

Formalizar el teorema y su demostración en lógica de predicados. Probar por reglas de inferencias que la demostración es correcta. Como recordatorio, durante una demostración se puede introducir cualquier proposición o predicado que sea cierto.

Pregunta 5 (15 %)

Sean A, B fórmulas en lógica de proposiciones. Probar que $A \equiv B$ si y solo si el tableau de $\neg(A \leftrightarrow B)$ es cerrado.