EXAMEN de ENTRENAMIENTO

Lógica - Grupos GM12 y GM14

TEST (20 %)

---

(1) Sea F una fórmula cerrada y V una interpretación. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

a) Toda tautología es una contingencia.

b) Si F es contingente, entonces $\neg F$ es contingente también.

c) La negación de una contradicción es una contingencia.

---

(2) Sea $Q_1, \ldots, Q_n \Rightarrow P$ una estructura deductiva. Sea R_1 una fórmula equivalente a Q_1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

a) Si $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n \Rightarrow P$ es una estructura deductiva correcta, entonces $Q_2, R_1, Q_3 \ldots, Q_n \Rightarrow P$ también lo es.

b) El conjunto $\{Q_1, \neg P, Q_2, \ldots, Q_n\}$ es insatisfactible.

c) El conjunto $\{Q_1, P, Q_2, \ldots, Q_n\}$ es insatisfactible.

---

(3) Consideremos la negación del enunciado *Todos los xdlfaskdjf son del tipo cadrñadrk*. ¿Cuál de los siguientes enunciados es la negación del enunciado dado?

a) Ningún *xdlfaskdjk* es del tipo *cadrñadrk*.

b) Existe un único *xdlfaskdjk* que no es del tipo *cadrñadrk*.

c) Existe un *xdlfaskdjk* que no es del tipo *cadrñadrk*.

---

(4) Consideremos como dominio universal el conjunto de los números naturales $\mathbb{N}$. Sea $P(n)$ el predicado “n es un número par”y $Q(n,m)$ “n y m son iguales”. Se tiene la fórmula

$$F = \forall n \exists m (\neg P(n) \land \neg Q(n,m) \to P(n+m))$$

¿Cuál de los siguientes enunciados expresaría mejor en castellano la fórmula anterior?

a) Para cada número impar existe otro número natural tal que la suma de ambos es par.

b) Para todo n existe m de modo que si no se cumple que n sea par y además que m no sea igual a n, entonces al considerar la suma $n+m$ esta resulta ser un número par.

c) Para cada número impar existe otro número natural distinto tal que la suma de ambos es par.

---

(5) Se tiene la fórmula $F = \neg\big(\forall x \big(P(x) \to Q(x)\big)\big)$. Dicha fórmula es equivalente a:

a) $\forall x(\neg Q(x) \to \neg P(x))$;

b) $\exists x(P(x) \land \neg Q(x))$;

c) $\exists x(P(x) \land Q(x))$.

TEORÍA (20 %)

1. Probar que una fórmula es tautología si y solo si su negación es insatisfactible.

2. Probar que la deducción $A \Longleftrightarrow B$ es correcta si y solo si $A \equiv B$.

EJERCICIOS (20 %)

Ejercicio 1. Se considera como dominio D todos los puntos del plano, esto es, las parejas de números reales. Sea el $P(x, y)$ el predicado "x^2 es menor que y". Dadas las fórmulas de más abajo, determinar su valor de verdad. Justificar adecuadamente la respuesta.

(1) $\forall x \forall y P(x, y)$;

(2) $\forall x \exists y P(x, y)$;

(3) $\exists x \exists y P(x, y)$;

(4) $\forall y \exists x P(x, y)$.

Ejercicio 2. Se llama **falacia** a todo razonamiento incorrecto. Dados los siguientes razonamientos, detectar cuáles son falacias. Para ello, formalizar los enunciados y encontrar el contraejemplo. Después aportar una razón asociada al contexto por la que el razonamiento es falaz.

(1) Si hay partido de fútbol, aumentan las ventas de pizzas. Las ventas de pizza aumentan. Por tanto, hay partido.

(2) Si hay partido de fútbol, aumentan las ventas de pizzas. No hay partido de fútbol. Por tanto, las ventas de pizza no aumentan.

(3) Si hay partido de fútbol, aumentan las ventas de pizzas. Las ventas de pizza no aumentan. Por tanto, no hay partido de fútbol.

Ejercicio 3. Definir una función F en el conjunto de fórmulas de la lógica de predicados que cuente el número operadores unarios, binarios y los cuantificadores. Usar el principio de recursión estructural.

Problema 1 (20 %)

Sea un predicado $P(x)$ definido en un dominio y sea $R(x, y)$ el predicado "x es igual a y". Pongamos que a es una constante arbitraria del dominio. Se tiene la fórmula

$$F = P(a) \leftrightarrow \forall x(P(x) \leftrightarrow R(x, a))$$

Averiguar usando el tableau si F es tautología, contingencia o contradicción. En el caso de que sea contingencia, dar un no modelo.

Problema 2 (20 %)

Demostrar, mediante reglas de inferencia, que el siguiente razonamiento es correcto:

Premisas:

- El sol no sale esta mañana y hace más frío que ayer.
- Iremos a nadar solo si el sol sale esta mañana.
- Si no vamos a nadar, entonces iremos a montar en canoa.
- Si vamos a montar en canoa o esta clase está llena de vomitadores, entonces volveremos a casa antes del anochecer.

Conclusión:

- Volveremos a casa antes del anochecer.